

La Matematica e i giovani: un rapporto conflittuale superabile? Resoconto di una esperienza.

Giuseppe Gentile

Dipartimento di Matematica – Università di Messina
Contrada Papardo, Salita Sperone, 31 – 98166 Messina
E-mail: gentile@dipmat.unime.it

Sommario. Partendo dal dato allarmante che sancisce un calo delle iscrizioni nelle facoltà scientifiche, ed in particolare in Matematica, l'autore individua nell'alta formalizzazione da un lato un traguardo per l'attività di ricerca, dall'altro un limite, se non un ostacolo, nella fase di approccio alla Matematica e quindi nell'attività didattica: l'ipotesi proposta, basata sul recupero della parte "semantica" della Matematica, è stata sperimentata su un campione selezionato di alunni delle Scuole Superiori; i risultati, anche se in una fase di prima elaborazione, hanno confermato quanto ipotizzato: cioè sia la presenza di preconcetti sia una via per un loro possibile superamento, con un conseguente cambiamento nella visione che i ragazzi hanno della Matematica; è tale cambiamento che potrebbe rivelarsi la carta vincente per superare le difficoltà insite nei rapporti fra Matematica e giovani ed i cui effetti sono oggi evidenti a tutti.

Summary. Starting from the alarming data describing a decrement in the number of students in Scientific Faculties, particularly in Mathematics, the author looks at the high formalisation on one hand as an aim in research's activity, on the other as an obstacle in approaching Mathematics and so in didactics: the proposed hypothesis, based on a recovery of the "semantic" side of Mathematics, was experimented on a selected specimen of students of High School; the results, even if they are under the first valuation, confirm what was supposed: that is both the presence of preconceptions and a possible way to surmount these preconceptions with a consequent change in the view of Mathematics present in the students; it is just this change that could be the winning card to overcome the difficulties inside the relations between Mathematics and youth, which effects are today clear to all people.

§1. Introduzione

Queste brevi note costituiscono la continuazione ed il naturale sbocco di alcune considerazioni teoriche sviluppate in collaborazione con R. Migliorato e che hanno dato luogo ad alcuni lavori già pubblicati negli anni passati¹; d'altra parte sono da considerarsi come un primo e parziale resoconto del tentativo di applicare quegli spunti teorici nell'attività didattica: i risultati definitivi di tali esperienze verranno resi noti in un lavoro di prossima pubblicazione².

Prima di entrare nel vivo è pertanto necessario riassumere, anche se in maniera schematica, quanto affermato nel già citato lavoro. Partendo da considerazioni sia storiche che epistemologiche è stato messo in luce come non solo la Matematica, ma la conoscenza in genere, proceda da una prima fase, che potremmo definire pre-formale e che è caratterizzata dalla libertà di scelta degli strumenti di indagine e delle tecniche risolutive, ad una seconda fase in cui tali procedimenti vengono giustificati all'interno di un quadro formale³: da Piaget a Cassirer, da Archimede a Poincaré fino ad Heyting, la nota comune rintracciata in ambiti così apparentemente distanti è stata l'idea che la conoscenza sia frutto di rappresentazioni suggerite dall'esperienza e successivamente assimilate all'interno di un apparato coerente⁴. L'assunzione poi che percorso filogenetico e

¹ GENTILE 2004; GENTILE 2005; MIGLIORATO 2004; MIGLIORATO 2005.

² Non è stato possibile presentare in questa sede i risultati completi poiché quasi tutti i laboratori sono terminati a ridosso del Convegno, mentre alcuni sono tuttora in fase di svolgimento.

³ Su tali questioni si veda anche MIGLIORATO 2005: in particolare, in tale lavoro viene proposta una analoga chiave di lettura nel passaggio dal *mito* alla *scienza*; qui però la fase pre-formale, il cui linguaggio è vicino a quello formale ma i cui procedimenti non sono stati ancora assimilati dentro un quadro coerente, viene fatta precedere da una fase informale, in cui il linguaggio stesso è ancora vicino al puro e semplice fatto osservativo.

⁴ Solo per fare un esempio, vogliamo citare il seguente passo: “È un fatto incontestabile che l'umanità ha prima agito e poi costruito teorie sull'azione, ha dapprima costruito operazioni aritmetiche, geometriche, meccaniche, e solo in un secondo momento ha cominciato a discutere che cosa fossero l'aritmetica, la

percorso ontogenetico siano in qualche modo assimilabili⁵, può consentire di applicare le conoscenze di carattere storico-epistemologico all'ambito più propriamente didattico, trasferendo così le osservazioni tratte dai primi due ambiti nel terzo.

§2. Il quadro teorico

Il tema del convegno si divide in tre parti significative: la prima fa un'affermazione ("Matematica è la più odiata dagli italiani!"), la seconda pone un problema ("Come farla amare?"), mentre la terza suggerisce una sua soluzione ("Con le nuove tecnologie?").

In questa breve nota, si vuole porre l'accento su alcuni possibili equivoci che l'eredità del Novecento ha creato ed il cui effetto è proprio l'avversione che i ragazzi sentono nei confronti di questa disciplina. Se, infatti, non v'è dubbio che la Matematica è ricca di significati, è altrettanto vero che in genere tale carica semantica viene quasi sempre soppressa in favore di un tecnicismo sintattico che riesce difficilmente comprensibile: come ci si può divertire a fare uno schema di parole crociate se l'unica cosa che viene messa in evidenza è il dover incastrare delle parole quasi casualmente, senza spiegare che quelle parole sono nascoste nelle definizioni, che alcune vanno inserite in orizzontale ed alcune in verticale e che lo scopo è completare lo schema?

L'osservazione che sta alla base dell'approccio scelto è che il docente e i ragazzi chiamano con lo stesso nome, Matematica appunto, due cose sostanzialmente diverse; la visione che il

geometria, la meccanica." (GEYMONAT 1970, p. 79). Per ulteriori approfondimenti, oltre ai già citati lavori, si vedano: CASSIRER 2004; PIAGET 2000; POINCARÉ 1963; HEYTING 1961; CASARI 1976.

⁵ Ipotesi suggerita dallo stesso campo di indagine degli autori appena citati: se, infatti, Piaget e Poincaré limitano le loro osservazioni ad una piccola scala, limitandosi a considerazioni che coinvolgono il formarsi dei concetti nel singolo individuo, Cassirer ed Heyting assumono una scala molto più grande, facendo intervenire considerazioni legate rispettivamente ad aspetti culturali e ad aspetti più marcatamente epistemologici; per quanto riguarda invece le questioni che si riferiscono ad Archimede si veda GENTILE 2005; GENTILE-MIGLIORATO 2006.

docente ha della Matematica non è la stessa di quella che hanno i ragazzi. Tale affermazione, che a prima vista potrebbe apparire fin troppo evidente, in realtà vorrebbe essere molto più profonda: ai ragazzi viene spesso celata quella parte della Matematica che, se sul piano puramente formale è quanto meno superflua, tuttavia è stata storicamente necessaria sul piano euristico e può rivelarsi indispensabile sul piano didattico; da tale incompletezza scaturisce solitamente una visione distorta della Matematica: è *questa* Matematica che i ragazzi odiano ed è con tale approccio che si vuole, se non modificare, almeno rendere possibile una visione della Matematica che sia alternativa a quella, e rendere i ragazzi coscienti di essa⁶. In sostanza, anche se un po' provocatoriamente, mi permetterei di proporre un cambiamento della prima parte del titolo: "*L'immagine della Matematica è la più odiata dagli italiani!*". Preso atto che potrebbe essere proprio questa la radice del problema, la questione del come farla amare scompare, o meglio slitta per diventare: "Come farla *apparire?*"; la soluzione che qui si vuole proporre è: "Con la *vecchia semantica?*".

Abbiamo già accennato al fatto che docente e discente chiamano con il termine Matematica cose diverse; ma c'è un altro possibile equivoco che potrebbe sorgere e che qui vogliamo cercare di chiarire; quando infatti parliamo di Matematica (ma la stessa confusione può crearsi anche in altri ambiti) corriamo il rischio di sovrapporre due aspetti che invece devono essere mantenuti ben distinti: da una parte c'è la Matematica come campo disciplinare (o brevemente disciplina), dall'altra la Matematica come materia d'insegnamento. La disciplina, infatti, si caratterizza (o si dovrebbe caratterizzare) come fase di assoluta libertà di ricerca (e quindi libertà di metodi, di contenuti e quant'altro) ed è pertanto una raccolta che per sua stessa natura, sebbene significativa e stimolante per chi la fa, può apparire ad altri informale e

⁶ Tale punto di vista, che qui viene solamente accennato, viene esaurientemente esplicitato in MIGLIORATO 2006; a tale lavoro, presentato a questo stesso Convegno, senz'altro rimandiamo per i relativi approfondimenti.

sfilacciata⁷; nasce così col tempo, in maniera quasi inevitabile, l'esigenza di sistematizzare tutto quel patrimonio di conoscenze che la disciplina ha ottenuto, di dargli una forma, di renderlo fruibile per le successive generazioni: è questo il momento in cui la "disciplina" in qualche modo si "materializza"⁸, si trasforma cioè in "materia". Quel che dobbiamo tenere presente è questa ambivalenza del termine Matematica. Ora se, come abbiamo già evidenziato, la "disciplina" ha come nota caratteristica la libertà di esplorazione, la "materia" si caratterizza per il suo quasi necessario rigore formale⁹: nel caso della Matematica ciò è reso tanto più evidente dalla astrazione, che è una caratteristica genetica della Matematica stessa.

Il rischio che i ragazzi abbiano solo una visione parziale di tale ambivalenza mi pare evidente. Non appare sensato proporre una Matematica i cui contenuti non siano collegati in un corpus organico, cioè non appare proponibile una Matematica che non sia *materia*: il rischio sarebbe quello di una frammentazione che faccia apparire la materia disorganica, non consentendo quel salto che trasforma una *conoscenza* in un *sapere*.

Se questo rischio è abbastanza evidente, il rischio opposto è più subdolo ed è proprio in questo che potrebbe essere rintracciato il seme della progressiva disaffezione dei ragazzi verso la

⁷ Vogliamo chiarire che qui il termine disciplina, o ancor meglio campo disciplinare, viene usato con il significato più ampio possibile, contenente quindi tutte le forme di agire e di pensare matematico, comprese le intuizioni e le suggestioni preformali e informali. Con materia intendo, invece, la particolare sistemazione tecnica della disciplina per farne oggetto di insegnamento o comunque di comunicazione.

⁸ Ovviamente qui il verbo "materializzarsi" allude al processo di trasformazione di un sapere pre-formale in materia di insegnamento più o meno formalizzata e sistematizzata, quale si presenta ad esempio nei manuali.

⁹ Mettiamo in evidenza che il rigore formale non è caratteristico solo della Matematica, ma è presente in molte *materie* d'insegnamento; citiamo, solo per fare un esempio, la rigorosa definizione di soggetto tratta da una Grammatica italiana: "il soggetto è la persona, animale o cosa che compie l'azione (o la subisce nei verbi passivi); più in generale è ciò di cui parla il predicato" (M. GIOCONDI, P. MAROVELLI, *Grammatica essenziale della lingua italiana*, on line sul sito: icil64.cilea.it/~bottoni/it/git-indice.htm).

Matematica. Ma vediamo più da vicino tale situazione. Come già accennato qualche riga sopra, noi oggi portiamo ancora una eredità di cui non ci siamo ancora del tutto liberati, rintracciabile nel primo Novecento, in cui il formalismo e la sua estremizzazione bourbakista, hanno segnato fortemente la produzione scientifica e in qualche modo hanno anche indirizzato certe scelte sia metodologiche che di contenuto; se da una parte è necessario porsi il problema dei fondamenti della Matematica¹⁰, è altrettanto evidente che l'obiettivo di porre rimedio a tale problematica poteva essere raggiunto, in una impostazione formalista, svuotando la Matematica della sua parte semantica, per mantenere il suo aspetto sintattico¹¹; al di là degli esiti di una tale impostazione (che Gödel ha dimostrato irraggiungibili), quel che da tale tipo di visione rimane è l'attenzione sempre più viva per gli aspetti sintattici, gli unici in grado di determinare in qualche modo la coerenza di una teoria. Oggi abbiamo ancora echi di una tale adesione ad una visione formalistica ogni qual volta iniziamo a leggere le prime righe di un testo di Matematica, laddove inizia la "traduzione" della ricerca intorno a temi che, nel momento in cui sono stati trattati, erano significativi, ma che nella fase di "materializzazione" vengono spesso taciuti perché *formalmente* superflui; sono tali significati che devono essere recuperati, perché *effettivamente* necessari, come dimostra l'allontanamento dei ragazzi dalla Matematica.

Prima di passare a descrivere l'esperienza è bene chiarire che qui non si vuole negare la validità e l'utilità dell'aspetto formale di una teoria. A tale scopo può essere chiarificatore distinguere fra due termini: da una parte il *formalismo*, inteso come *rinuncia* ad ogni significato, rinuncia volontaria e con un obiettivo storicamente ben determinato; dall'altra il *formulismo*, inteso come *perdita* di ogni significato, perdita non del tutto volontaria e senza un obiettivo apparente. È di quest'ultimo che qui si vuole negare la validità e l'utilità, anzi è proprio quest'ultimo che

¹⁰ Problema che in quel momento storico era significativo, anzi centrale.

¹¹ Per approfondimenti su tali questioni e, soprattutto, sulle implicazioni in ambito didattico, vedi GENTILE [on line].

produce quel vuoto che fa apparire la Matematica del tutto arida. Se questo vuoto non viene colmato, limitando la visuale dei ragazzi al prodotto finale di un percorso spesso lungo e travagliato, il rischio è quello di cui oggi cominciamo a vedere gli effetti: un progressivo, ma inesorabile rifiuto della Matematica.

§3. L'esperienza

L'esperienza si è svolta all'interno del Progetto Lauree Scientifiche (d'ora in poi PLS) che ha coinvolto, a livello nazionale, tre soggetti: le Università (in particolare i Dipartimenti di Matematica, di Fisica e di Chimica), i CSA (che hanno coordinato le scuole delle varie province), le industrie del territorio. La finalità del PLS è quella di incentivare le iscrizioni dei giovani nelle facoltà scientifiche, soprattutto nei corsi di laurea in Matematica, in Fisica ed in Chimica che, negli ultimi anni, stanno soffrendo di una crescente mancanza di "vocazioni"¹².

Nel solco di tale progetto si è innestata l'esperienza: l'obiettivo a breve termine dell'esperienza, come dovrebbe essere oramai chiaro dalle premesse finora fatte, è stato quello di recuperare la parte "semantica" della Matematica, mostrando ai ragazzi quegli aspetti storici e problematici che danno significato al successivo sviluppo formale; da un tale approccio ci si aspettava un cambiamento nel modo di avvicinarsi a questa disciplina da parte dei ragazzi stessi; è proprio questo capovolgimento che potrà rendere possibile perseguire l'obiettivo a lungo termine del PLS: in altre parole la progressiva diminuzione delle idee preconette nei confronti della Matematica¹³ potrà portare ad un progressivo accostamento dei

¹² Mentre nell'a.a. 1989/90 gli iscritti in tali Corsi di Laurea erano circa 14.000, nell'ultimo a.a. sono stati circa 7.600; in Matematica le matricole sono state 2.062, il che costituisce lo 0,6% del totale.

¹³ Alla base di tale schema sta l'ipotesi che i ragazzi abbiano delle idee preconette che inibiscono, come suggerisce il titolo stesso del convegno, la possibilità da parte loro di poterla amare. Tale ipotesi è stata confermata dai

giovani a tale disciplina e, pertanto, accrescere il numero di iscritti al corso di laurea in Matematica. Qui non si vuole descrivere il PLS, i cui obiettivi sono conseguenti a quelli dell'esperienza, ma si vuole descrivere l'esperienza stessa.

L'esperienza, svoltasi nella provincia di Messina, ha visto coinvolte 8 scuole del territorio: i Licei Scientifici "Archimede" di Messina, "Impallomeni" di Milazzo, "Piccolo" di Capo d'Orlando (questi ultimi due con annessa sezione classica) il Liceo Classico "Maurolico" di Messina, "V. Emanuele III" di Patti (quest'ultimo con annessa sezione scientifica), il Liceo Socio-Psico Pedagogico "AINIS" di Messina, l'Istituto Tecnico Industriale "Verona-Trento" di Messina, l'Istituto Tecnico Commerciale e Geometri "Fermi" di Barcellona.

L'esperienza ha avuto una durata complessiva di 15 ore distribuite in 5 incontri ed ha contato, complessivamente circa 200 alunni, provenienti da terze, quarte e quinte classi; tali ragazzi sono stati selezionati non tanto in base al loro "rendimento scolastico", ma in base alla loro richiesta e curiosità di partecipare al progetto.

Le tematiche scelte sono state due: la Teoria dei Codici e la Crittografia; inoltre si è scelto, per sviluppare tali tematiche, di predisporre dei *laboratori*¹⁴. Vanno spese alcune parole per spiegare sia il perché della scelta di tali tematiche, sia il perché della scelta dei laboratori. Alla luce della nostra ipotesi di un ritorno alla "semantica", quantomeno come primo approccio alle problematiche coinvolte, era auspicabile trattare degli argomenti che i ragazzi non avessero studiato, in maniera da lavorare con studenti non ancora "contaminati" dall'apparato formale: in tal modo sarebbe stato possibile (e lo è stato di fatto) partire da una situazione problematica, del tutto simile a quella che storicamente

risultati, seppur parziali, del questionario che è stato sottoposto ai ragazzi ed ha pertanto rinvigorito l'approccio scelto a priori.

¹⁴ Vogliamo subito evitare che si equivochi sul termine laboratori: con laboratorio non si intende laboratorio d'informatica, ma si intende un ambiente in cui i ragazzi potessero essere protagonisti ed in cui il docente fosse (o meglio, apparisse) una presenza secondaria.

si è verificata, per far lavorare i ragazzi in una cornice pre-formale, che successivamente andava formalizzata: quando ci si può muovere in una situazione non formalizzata, non “materializzata”, è più facile mettere in moto quei processi di scoperta, fondamentali da un punto di vista storico ed essenziali da un punto di vista didattico, senza che alcun preconetto possa in qualche modo rendere difficile la comunicazione. Questa scelta spiega anche quella di far lavorare gli alunni in un laboratorio, dove avrebbero (e di fatto hanno potuto) liberamente proporre soluzioni a problemi posti dal docente e da loro stessi, sottoporle a verifica ed, infine, validarle o rigettarle: in altre parole il laboratorio poteva essere la modalità più adatta a far sì che i ragazzi potessero autonomamente costruirsi significati senza ricevere nozioni. È in tal modo che i ragazzi hanno scoperto le problematiche che la teoria consente poi di risolvere. In particolare, avendo personalmente seguito 3 laboratori in cui sono state sviluppate le tematiche relative ai codici, i ragazzi sono stati in grado di individuare la differenza tra un codice rilevatore ed uno correttore (e i rispettivi ambiti di applicabilità), ponendosi problemi di ottimizzazione, determinando la disuguaglianza di Hamming e la caratteristica di un codice perfetto (anche se per questioni di semplicità ci si è limitati al caso di un codice binario che correggesse un errore)¹⁵.

È da sottolineare che, coerentemente con quanto previsto teoricamente, il progetto si è concluso con un incontro in cui i ragazzi sono stati invitati a mettere per iscritto tutto ciò che era stato trattato nel corso dei precedenti laboratori, in maniera organica, come se dovessero “scrivere un capitolo di un libro di Matematica”: è stato in questo momento che i ragazzi hanno capito sia la difficoltà sia la necessità di “formalizzare” quanto avevano già fatto nel corso dei precedenti laboratori.

¹⁵ Per una esposizione completa delle tematiche trattate nei laboratori, si rinvia ad un lavoro di prossima pubblicazione.

§4. Alcuni risultati

L'aspetto che qui si vuole mettere in evidenza è l'efficacia o meno del tipo di approccio usato nel determinare un cambiamento nella visione che i ragazzi hanno della Matematica. I parametri usati per valutare una tale eventualità sono stati principalmente due: per prima cosa era interessante sapere se i ragazzi fossero convinti che la Matematica era stata già tutta scritta una volta per tutte e senza possibilità di ulteriori sviluppi o se, viceversa, fossero consapevoli che essa si può considerare come un prodotto in continuo movimento; secondo, se e quanto nelle loro idee la creatività giocasse un ruolo in questo contesto.

A proposito di quest'ultimo parametro, vorrei riassumere, seppur brevemente, i risultati di un'indagine che negli anni '80 R. Migliorato aveva condotto in alcuni istituti superiori¹⁶. Di quel lavoro vorrei citare un quesito che lì venne proposto agli alunni:

Quesito 0. Quali delle seguenti doti, secondo te, è importante per fare bene in Matematica (puoi indicarne più di una):

- a. Creatività.
- b. Pazienza.
- c. Intuizione.
- d. Memoria.

I risultati hanno indicato le seguenti percentuali fra le risposte¹⁷:

a. 6% b. 29% c. 81% d. 23%

il che ci dice come la fantasia giocava per i ragazzi un ruolo poco rilevante (anzi, da una ulteriore analisi dei dati, veniva messo chiaramente in luce come essa apparisse meno importante col passare degli anni sui banchi di scuola). Ciò che oggi risulta chiaro dalla odierna esperienza è una sostanziale conferma di quei risultati; la novità che però emerge, rispetto a quella, è la possibilità di ridirezionare la visione dei ragazzi nei confronti

¹⁶ I risultati completi sono contenuti in MIGLIORATO [on line].

¹⁷ La somma delle percentuali è maggiore di cento essendo stata lasciata la possibilità agli alunni di dare più risposte.

della Matematica e, nel contempo, l'efficacia dell'approccio usato nell'ottenere un tale mutamento.

A tale scopo estrapoliamo dal questionario proposto ai ragazzi la seguente domanda:

Quesito 1. Per far bene in Matematica è necessario (si può fare anche una classifica):

- a. Possedere una buona memoria.
- b. Capire bene i concetti.
- c. Fare molti esercizi.
- d. Studiare con regolarità.
- e. Avere molta fantasia.
- f. Imparare più formule possibile.

In questa prima fase di valutazione dei risultati, il parametro che è stato preso in considerazione è stata la presenza o meno della risposta "avere molta fantasia"; come è possibile vedere dall'enunciazione del quesito, i ragazzi hanno avuto la possibilità di scegliere quante risposte dare; tale scelta è stata dettata dalla volontà di distinguere il caso in cui l'"avere molta fantasia" fosse ritenuto poco importante (nel qual caso essa avrebbe occupato una delle ultime posizioni nella classifica) da quello in cui tale qualità fosse ritenuta del tutto irrilevante (nel qual caso essa non sarebbe stata presente nella classifica¹⁸).

Per avere la possibilità di fare un'analisi statistica quantitativa, la risposta a tale quesito è stata tradotta numericamente, assegnando un numero secondo lo schema seguente:

- | | |
|-----|--|
| 1 | se la risposta era segnalata al 1° posto |
| 0,8 | se la risposta era segnalata al 2° posto |

¹⁸ Esistono due differenze rispetto al quesito 0: una di contesto ed una di contenuto; quella di contesto sta nell'aver sottoposto il questionario ad un campione selezionato, mentre nella precedente esperienza il campione era indistinto; quella di contenuto sta nell'aver dato la possibilità di scegliere l'"avere molta fantasia", anche nel caso di una scarsa rilevanza di tale qualità: teoricamente le due differenze avrebbero dovuto alzare il "peso" dato dai ragazzi alla fantasia, ma nonostante ciò, come vedremo, non si è avuto un risultato incoraggiante.

0,6	se la risposta era segnalata al 3° posto
0,4	se la risposta era segnalata al 4° posto
0,3	se la risposta era segnalata al 5° posto
0,2	se la risposta era segnalata al 6° posto
0	se la risposta non era segnalata.

Tale quesito si trovava sia nel questionario di inizio corso (fatto prima dell'inizio dei laboratori) si in quello finale (fatto dopo la conclusione dei laboratori). I risultati finora analizzati hanno dato per il questionario iniziale il valore di 0,094¹⁹; tale dato, acquisito fin dall'inizio dell'esperienza, ha confermato l'ipotesi che i ragazzi vedono nella Matematica un ambiente in cui non c'è spazio per la creatività, mortificando così quegli aspetti che, come abbiamo cercato di mettere in luce, sono stati storicamente necessari allo sviluppo della Matematica stessa. L'identico quesito, ripetuto nel questionario finale ed analizzato con la medesima griglia, ha fornito il valore di 0,268. La particolarità, che dai dati globali non può emergere, è che a tale incremento hanno contribuito tutti i ragazzi finora presi in esame: per essere più chiari, alla fine dell'esperienza ogni ragazzo ha assegnato un ruolo più importante (o meglio, non meno importante) di quanto non lo avesse assegnato all'inizio.

Vorremmo tentare di formalizzare tale discorso²⁰. Sia A l'insieme degli alunni finora analizzati, $R = \{0; 0,2; 0,3; 0,4; 0,6; 0,8; 1\}$; siano poi $i : A \rightarrow R$, $f : A \rightarrow R$ le funzioni definite dalla legge assegnata nella precedente griglia. Dall'esperienza fatta risulta provato il seguente risultato:

Proposizione 1. $\forall a \in A, i(a) \leq f(a)$.

¹⁹ Tale dato si riferisce ai laboratori per cui si è già in possesso anche di quelli finali, in modo da poter fare una corretta comparazione dei dati stessi.

²⁰ Tale formalizzazione ha un mero intento esemplificativo e, nel contempo, apporta un tasso di autoreferenzialità a tutto il discorso fatto in queste note che, come appare ormai chiaro, è imperniato sul passaggio dal pre-formale al formale e sull'importanza di entrambi tali aspetti.

Passiamo adesso all'altro quesito che qui si vuole discutere e che, nei questionari proposti ai ragazzi, era enunciato nel seguente modo:

Quesito 2. Secondo te, è più corretto dire che “la Matematica fa delle *scoperte*” o che “la Matematica fa delle *invenzioni*”? (Dare una breve motivazione).

Anche nei confronti di tale quesito è stata adottata una griglia che ad ogni risposta facesse corrispondere un numero, assegnando i valori nel seguente modo:

- 1 se la risposta era “invenzioni”
- 0 se la risposta era “scoperte”
- 0,5 se la risposta non propendeva per una delle due.

Anche in tale caso, il confronto fra i risultati dei due questionari ha mostrato un deciso cambiamento; mentre, infatti, nel primo questionario il valore medio ottenuto è stato di 0,078, in quello finale tale valore è salito a 0,318. Anche qui vale una proposizione come la precedente; se stavolta indichiamo con $S = \{0; 0,5; 1\}$, e le funzioni i ed f sono a valori in S , allora dai risultati finora analizzati ne viene che:

Proposizione 2. $\forall a \in A, i(a) \leq f(a)$.

Questo dato, anche se non è indice diretto di un mutamento quale quello prefigurato dal precedente quesito, indica però senz'altro che i ragazzi hanno percepito come possibile un intervento “umano” nelle dinamiche di sviluppo della Matematica, essendo stati loro stessi “attori” di un tale processo.

§5. Conclusioni

La Matematica, ma anche la Fisica e la Chimica così come si sono andate configurando negli ultimi decenni, è una scienza

altamente formalizzata²¹, che comporta una notevole difficoltà per chiunque abbia voglia di accedervi. In tale contesto, un approccio che cerchi di cogliere il frutto troppo rapidamente corre il rischio di non raccoglierne nessuno: in altre parole partire dall'assetto finale di una teoria può provocare quei fenomeni di rigetto che oggi appaiono sempre più evidenti. La restituzione ad una teoria dei suoi momenti pre-formali può ridare vigore ed risuscitare interesse, in primis verso quella teoria, ed in secondo luogo verso la Matematica in generale. È in tale filone di idee che si è svolta questa esperienza che ha evidenziato un sostanziale cambiamento nel modo di guardare alla Matematica, sia per quanto riguarda l'aspetto meramente contenutistico, sia per quanto concerne l'approccio stesso alla Matematica.

Per concludere vorrei fare due precisazioni che ritengo necessarie per chiarire sia i limiti che le prospettive di una tale esperienza. Intanto, come già descritto, la scelta delle tematiche è stata suggerita dall'assenza di una loro precedente assimilazione formalizzata e dalla conseguente possibilità di muoversi, almeno in un primo momento, in un contesto pre-formale: se da una parte appare più difficile che un tale tipo di approccio possa essere usato con la stessa efficacia una volta che alcuni contenuti siano già noti agli alunni nella veste formalizzata, dall'altro sarà possibile sfruttarne, con i dovuti accorgimenti e adattamenti, tutte le potenzialità anche in altri contesti e a livelli diversi di scolarità; si tratterà di adattare questo approccio che potremmo definire *strategia dei problemi aperti*, intendendo con questa espressione quell'approccio che, partendo da problemi che in dato contesto-classe non siano ancora stati strutturati formalmente, possano garantire un elevato livello di interesse e innescare in maniera significativa quei processi di astrazione e concettualizzazione cui la Matematica mira.

Va infine precisato che, allo stato attuale, esistono dei limiti di validità dei risultati discussi finora: difatti il campione preso in esame non era indistinto, ma era formato da ragazzi che

²¹ Per approfondimenti su tali tematiche nonché sulle implicazioni di carattere epistemologico e didattico, si veda MIGLIORATO 2006.

potremmo definire “motivati”; quindi, anche se da una parte è bene ricordare che, nonostante tale limitazione del campione, i parametri considerati nel precedente paragrafo sono stati bassi in fase di partenza (e questo è un fatto rilevante e che sarà bene approfondire in seguito), dall’altra non bisogna trascurare la circostanza che il notevole incremento dei suddetti parametri ha avuto luogo per un tale campione; è per tale motivo che ci si riserva di riproporre e valutare, nel solco di tale esperienza, analoghe iniziative che possano essere allargate a classi indistinte di alunni.

Bibliografia

1. CASARI E., *Questioni di filosofia della matematica*, Feltrinelli, 1976.
2. CASSIRER E., *Filosofia delle forme simboliche*, La Nuova Italia, 2004.
3. GENTILE G., *Complementi alle lezioni di Epistemologia della Matematica. Il formalismo e le altre risposte alla crisi dei fondamenti*, on line fra i materiali didattici per il corso di Epistemologia della Matematica per la Laurea in Matematica: dell’Università di Messina all’indirizzo: ww2.unime.it/alefzero/download/EpistemologiaFinale.pdf.
4. GENTILE G., *Due questioni di didattica della Matematica*, Atti del Convegno “Quali prospettive per la Matematica e la sua Didattica”, Piazza Armerina, 2004 (atti on line sul sito math.unipa.it/~grim/conv_aicm_grim.htm).
5. GENTILE G., *La storia della Matematica per la didattica della Matematica. Cosa può insegnarci Archimede?*, Atti del Convegno “Quali prospettive per la Matematica e la sua Didattica”, Piazza Armerina, 2005 (atti on line sul sito math.unipa.it/~grim/conv_aicm_grim.htm).
6. GENTILE G., MIGLIORATO R., *Archimedes between tradition and innovation*, 2006, in corso di pubblicazione.

7. GEYMONAT L., *Filosofia e filosofia della Scienza*, Feltrinelli, Milano, 1970.
8. HEYTING A., *Axiomatic Method and Intuitionism*, in *Essay on the foundation of Mathematics dedicated to A.A. Fraenkel*, The Magnes Press, Jerusalem, 1961, pp. 237-247.
9. MIGLIORATO R., *Immagini della Matematica nella formazione scolastica*, on line fra le pubblicazioni della Sezione della Mathesis di Messina all'indirizzo: ww2.unime.it/mathesis/pub/immagine_matematica.pdf.
10. MIGLIORATO R., *L'astrazione matematica tra fantasia, conoscenza e ricadute tecnologiche*, Atti del Convegno Regionale "Quali prospettive per la Matematica e la sua Didattica", Piazza Armerina, 2004 (atti on line sul sito math.unipa.it/~grim/conv_aicm_grim.htm).
11. MIGLIORATO R., *Spiegazione e predizione. Dalla rappresentazione mitica alla rappresentazione scientifica*, Atti del Convegno Regionale "Quali prospettive per la Matematica e la sua Didattica", Piazza Armerina, 2005 (atti on line sul sito math.unipa.it/~grim/conv_aicm_grim.htm).
12. MIGLIORATO R., *Tra gioco e metafora: per una rappresentazione matematica del mondo*, Atti del Convegno "Matematica è la più odiata dagli italiani! Come farla amare? Con le nuove tecnologie?", Lipari, 21-23 Aprile 2006.
13. PIAGET J., *L'epistemologia genetica*, Sagittari Laterza, 2000.
14. POINCARÉ H., *La scienza e l'ipotesi*, Signorelli, 1963.